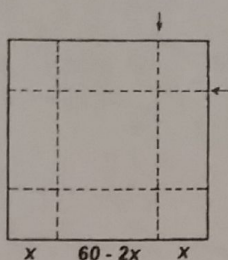
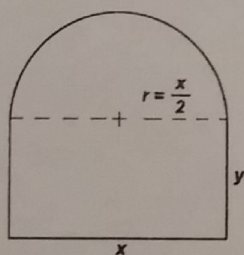


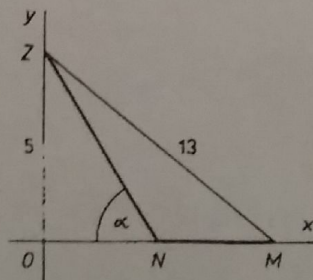
- Bazén má mít čtvercové dno a objem 256 000 litrů. Vypočítejte jeho rozměry tak, aby spotřeba materiálu na vyzdění jeho stěn a dna byla co nejmenší.
- Určete rozměry parního kotle tvaru válce tak, aby při daném objemu bylo ochlazování páry ve válci nejmenší, tj. aby povrch válce byl minimální.
- Ze čtvercového kusu tuhého papíru o rozměru 60 cm chceme udělat krabici bez víka s co možná největším objemem. Jak je nutné papír nastříhnout, aby z něj utvořená krabice měla největší možný objem? Určete také tento objem.



- Máme železný pás o délce 200 palců a chceme z něj udělat rám románského okna. Jakou zvolíme šířku okna, aby do chrámu procházelo, co nejvíce světla (resp. Aby okno mělo co největší plochu)?



- Cena letenky vyhlídkového letu je 100 EUR, zúčastní-li se ho 50 – 100 turistů. Za každého pasažéra nad 100 se snižuje jeho cena o 0,5 EUR každému z nich. Letadlo má 200 míst. při jakém počtu účastníků bude mít letecká společnost maximální zisk?
- Průmyslový závod Z je vzdálen 5 km od cesty vedoucí do města M, vzdálenost Z od M je 13 km. Zjistěte, jak daleko od M je nutné vybudovat přípojku k cestě, aby doprava materiálu ze Z do M byla co nejlevnější. Přitom předpokládané náklady na přepravu jedné tuny materiálu na 1 km jsou po staré cestě 50 haléřů, po nové třikrát větší.



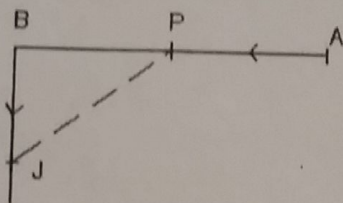
Problém plechovek

Představte si, že jsme výrobci nealkoholických nápojů. Zaměřujeme se výhradně na plechovkové balení a plechovky si sami vyrábíme. Jediné, co musíme nakoupit, je plech na jejich výrobu. Víme, že nejlépe se prodávají plechovky o objemu 0,5 litru. Pro jednoduchost předpokládáme válcový tvar plechovky a plechovka bude nápojem naplněna až po okraj. Určitě jako dobří obchodníci nechceme vynakládat zbytečné peníze za nakupovaný plech. Požadujeme tedy plechovku, která bude mít za daného objemu $V = 0,5 \text{ l} = 0,5 \text{ dm}^3 = 50 \text{ cm}^3$ co nejmenší povrch. Jak tedy zvolit rozměry plechovky tak, abychom spotřebovali co nejmeně plechu?

Problém vstupenek

Změnili jsme povolání a z výrobce plechovek pro nápoje jsme se stali prodejci vstupenek na hudební koncert. Objednali jsme sál pro 800 lidí. Víme, že hudebníci, tisk vstupenek a celková režie nás bude stát 20000 \$. Zbývá zvolit, za kolik \$ budeme vstupenky prodávat zájemcům o koncert. Ze zkušenosti víme, že pokud budeme prodávat jednu vstupenku za 40 \$, určitě vyprodáme celý sál. Dále víme, že každý dolar nad tuto cenu sníží prodej vstupenek o 10 kusů. Máme určit, o kolik dolarů je třeba navýšit cenu tak, aby náš zisk byl maximální.

Příklad 1. Přístavy A, B (viz obr. 1) jsou od sebe vzdáleny 145 km. Z přístavu A vyjede parník ve směru určeném šipkou a současně ve stejném okamžiku z přístavu B vyjede jachta (ve směru určeném šipkou). Jejich rychlosti jsou stálé, a to pro parník $v_p = 40 \text{ km/h}$, pro jachtu $v_j = 16 \text{ km/h}$. V jakém čase bude jejich vzájemná vzdálenost nejmenší?



Příklad 2. Uhlerná elektrárna je schopná snížit o p % své emise znečišťující ovzduší v nákladech vyjádřených funkcí $C(p) = \frac{75000p}{100-p}$ (v Eurech), kde $0 \leq p \leq 100$. Určete náklady, když $p \rightarrow 100^-$.

Příklad 3. Při znečištění jezera organickým odpadem proces oxidace, který nastane, sníží obsah kyslíku ve vodě. Za čas se přirozeně obnoví množství kyslíku na původní úroveň. Množství kyslíku (měřený v miligramech kyslíku na 1 litr) v jezeře t týdnů po znečištění organickým odpadem je vyjádřeno funkcí $f(t) = \frac{2t^2 - t + 8}{2t^2 + 8}$.

- Kolik týdnů po znečištění vody úroveň kyslíku klesá?
- Kdy nastane nejnižší hladina kyslíku ve vodě?
- Jaká je nejnižší hladina kyslíku?
- Kdy je hladina kyslíku nejvyšší?
- Jaká je nejvyšší hladina kyslíku?
- Dosáhne vůbec někdy hladina kyslíku své původní hodnoty před znečištěním?
- Co se stane, když $t \rightarrow \infty$?

Příklad 4. Poptávka po jisté značce automobilu je dána rovnicí $P(c) = 200 \cdot (15 - 0,001c)^2$, kde c je cena auta v Eurech.

- Vypočítejte cenovou elasticitu poptávky, když cena automobilu je 12.000 Euro a zdůvodněte výsledek.
- Nalezněte přibližnou změnu v poptávce jestliže cena automobilu vzrostla o 5% z původních 12.000 Euro.
- Chceme-li, aby poptávka po automobilu vzrostla o 5 %, o kolik musíme snížit jeho cenu?

Příklad 4. Množství výrobků prodaných v čase t (v letech) je dáno rovnicí

$$S(t) = 20000 - 5000e^{-0,25t}.$$

- a) Určete rychlost jakou se mění množství prodaných výrobků v čase $t = 1$ rok.
- b) Na jaké hodnotě se ustálí prodeje za dlouhé časové období?

Příklad 5. Částka 1000 Euro je vložena na spořicí účet s ročním úročením 6%. Úroky jsou připisovány spojitě.

- a) Jakou rychlostí se hotovost v bance bude měnit ke konci pátého roku?
- b) Jaký bude zůstatek na účtu na konci pátého roku?