

Inverzní matice

1) Vypočítejte k daným maticím inverzní matici pomocí determinantů:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Řešení:

$$A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, C^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -6 & -9 \end{pmatrix},$$

$$D^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 18 & -10 & 2 \\ -24 & 15 & -3 \\ 6 & -4 & 2 \end{pmatrix}, E^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 18 & -10 & 2 \\ -24 & 15 & -3 \\ 6 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

2) Vypočítejte k daným maticím inverzní matici pomocí eliminace (Gaussova, Jordanova metoda):

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -4 & -5 & 6 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Řešení:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -5 \\ 6 & -7 & -4 \end{pmatrix}, C^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

3) Vypočítejte inverzní matice k maticím:

a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;
g) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; h) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -10 \\ -1 & -8 & 15 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$;

Řešení:

a) $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 \\ -0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$;
d) neexistuje; e) $1/9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;
g) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; h) neexistuje;