# Soustavy lineárních rovnic

$h \neq h_r$ nemá řešení

$h = h_r = n$ 1 řešení

$h = h_r < n$ nekonečně mnoho řeš.

($n - h$ = počet parametrů)

$\boxed{\text{př 1:}}$

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 14 \\ 3x + 2y + z &= 10 \\ 3x + y + 2z &= 11 \end{aligned} \longrightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 3 & 2 & 1 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{array}\right) \end{array} \cdot(-3)$$

$$\underbrace{\underbrace{\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{matrix}}_{A,\ h} \begin{matrix} 14 \\ 10 \\ 11 \end{matrix}}_{A_r,\ h_r}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & -4 & -8 & -32 \\ 0 & -5 & -7 & -31 \end{array}\right) :(-4) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & -5 & -7 & -31 \end{array}\right) \cdot 5$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

$h = 3$

$h_r = 3$

$n = 3$ (počet $x$: $x_1, x_2, x_3$)

$\Rightarrow$ 1 řešení

$$0x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 9$$
$$\underline{\underline{x_3 = 3}}$$

$$0x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$
$$x_2 + 2 \cdot 3 = 8$$
$$\underline{\underline{x_2 = 2}}$$

$$1x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14$$
$$x_1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 14$$
$$\underline{\underline{x_1 = 1}}$$

řešení

$$\underline{[1; 2; 3]}$$
$$x_1 \quad x_2 \quad x_3$$

$\boxed{\text{př 2:}}$

$$2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1$$
$$3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$$
$$5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -7 & 7 & -9 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -4 & 3 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -7 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -7 & 7 & -9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & -52 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -7 & 7 & -9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -14 \end{array}\right) \qquad \left.\begin{array}{l} h = 3 \\ h_r = 4 \\ n = 4 \end{array}\right\} \text{nemá řešení}$$

$\boxed{\text{př 3}}$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$
$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$
$$x_1 - 5x_2 = -4$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 0 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 6 & 2 & 8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}\right) \qquad \left.\begin{array}{l} h = 2 \\ h_r = 2 \\ n = 3 \end{array}\right\} \text{NMŘ}$$

$n - h = 3 - 2 = 1$ par.

$3x_2 + x_3 = 4$

$\underline{\underline{x_2 = t}} \quad t \in R$

$3t + x_3 = 4$

$\underline{\underline{x_3 = 4 - 3t}}$

$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$

$x_1 + t + 2(4 - 3t) = 4$

$x_1 + t + 8 - 6t = 4$

$\underline{\underline{x_1 = 5t - 4}}$

tzn. za jedno x si můžu volit cokoliv, tedy např. t a to představuje jakékoliv reálné číslo

$[5t - 4;\ t;\ 4 - 3t] \quad t \in R$