

- 1) Určete lokální extrémů funkce  $f(x) = x^2 e^{-x}$ .  
Napište, jaký má význam druhá derivace pro průběh funkce.
- 2) Určete limitu funkce:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctg \frac{x^2 + 1}{3 - x}$ .  
Načrtněte graf libovolné cyklometrické funkce a určete její obor hodnot.
- 3) Určete rovnici normály k funkci  $f(x) = x - \frac{4}{x^2}$  v bodě  $T[1, ?]$ .  
Vysvětlete, co je to normála.
- 4) Určete determinant matice

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Co je to singulární matice a co víme o jejím determinantu?

- 5) Vypočítejte z maticové rovnice matici X:

$$XA - A = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Definujte pojem inverzní matice.

- 6) Určete, jestli je matice regulární:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Vysvětlete pojem hodnost matice.

### Řešení:

1) lok. min  $x = 0$ , lok. max  $x = 2$

2)  $-\frac{\pi}{2}$

3) n:  $y = -\frac{1}{9}x - \frac{26}{9}$

4)  $\det = -7$

5)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

6) matice není regulární, je singulární

- 1) Určete limitu funkce:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1 - \cos x}{1 - e^x}$   
 Načrtněte graf libovolné funkce, která nemá limitu v bodě  $x = 0$ . Vysvětlete proč.
- 2) Najděte inflexní body funkce  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 12x^2$ .  
 Napište Weierstrassovu větu.
- 3) Pomocí diferenciálu určete přibližnou hodnotu  $\operatorname{arccotg} 0,99$ .  
 Popište, jak lze určit rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $x_0$ .
- 4) Určete hodnost matice v závislosti na parametru  $k$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 6 & 4 \\ 1 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & k \end{pmatrix}.$$

Lze vypočítat součin libovolných matic B a C? Odpověď vysvětlete.

- 5) Řešte soustavu lineárních rovnic Gaussovou eliminací:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= -2 \\ -3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Napište Frobeniovu podmínku.

- 6) Vypočítejte  $(A + 2B)^T \cdot C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Co je to regulární matice a co víme o hodnotě této matice?

### Řešení:

- 1) 0  
 2) Inflexní body jsou  $x = -2, x = 1$   
 3)  $\frac{1}{200} + \frac{\pi}{4}$   
 4) Když  $k = 3$ , pak  $h = 3$ , když  $k \neq 3$ , pak  $h = 4$   
 5)  $\left[ -\frac{t}{5} - 1; \frac{2t}{5} + 1; \frac{4t}{5} + 1; t \right], t \in R$   
 6)  $\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 15 & -19 \\ -18 & 6 \end{pmatrix}$

- 1) Určete všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{2x^2 - 9x - 3}{3 - x}.$$

Jaké druhy asymptot existují a jaký je mezi nimi rozdíl?

- 2) Vypočítejte limitu funkce:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x}{\arctg x}$

Napište definici spojitosti funkce v bodě.

- 3) Určete Taylorův polynom třetího stupně funkce  $f$  v bodě  $x_0 = -1$ , kde  $f(x) = x^6 + x^5 - 4x^3 + 2x - 5$ .  
Co je to Maclaurinův polynom?

- 4) Vypočítejte neznámou  $y$  pomocí Cramerova pravidla.

$$x + y - z = -1$$

$$2x - y + 2z = 8$$

$$x - 3y + 2z = 3$$

Lze pomocí Cramerova pravidla vyřešit jakoukoliv soustavu lineárních rovnic?  
Odpověď zdůvodněte.

- 5) Určete parametr  $k$  tak, aby byla matice regulární:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & k \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Co je to transponovaná matice? Uveďte příklad.

- 6) Určete inverzní matici k matici  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Kdy lze pomocí inverzní matice řešit soustavy lineárních rovnic?

### Rešení:

1)  $x = 3, y = -2x + 3$

2) 1

3)  $T_3(x) = -3 - 11(x+1) + 17(x+1)^2 - 14(x+1)^3$

4)  $y = 2$

5)  $k \neq 2$

6)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1,5 & 2,5 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$