

Varianta 10

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

- (1) Vysvětlete definici limity posloupnosti.
 - (2) Nakreslete graf funkce $f(x) = 2^x$, uveďte $D(f)$ a $H(f)$ této funkce. Dále uveďte inverzní funkci k funkci $f(x) = 2^x$ a nakreslete její graf.
 - (3) Uveďte větu o významu první derivace pro průběh funkce.
 - (4) Vysvětlete pojem posloupnost vybraná z posloupnosti $a_1, a_2, a_3, \dots$.
-

(5) Vypočtěte limitu $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 1}{x}$.

(6) Vypočtěte derivaci funkce $f(x) = \sin^2 x$.

(7) Všetřete lokální extrémy funkce $f(x, y) = e^{-x^2}$.

(8) Napište Taylorův polynom $T_3(x)$ pro funkci $f(x) = x \cdot e^x$ v bodě $c = 0$.

Varianta 13

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičení:	Datum:

- (1) Vysvětlete, zda existuje inverzní funkce k funkci $f(x) = x^3$ definované na intervalu $(-\infty, +\infty)$. Pokud existuje, nakreslete její graf a uveďte definiční obor a obor hodnot této inverzní funkce.
- (2) Uveďte definici derivace funkce f v bodě c .
- (3) Uveďte, za jakých předpokladů platí věta o limitě součtu, součinu a podílu posloupností.
- (4) Vysvětlete pojem rostoucí funkce v intervalu.

(5) Vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$.

(6) Vypočtete derivaci funkce $f(x) = 3^{\sin x^2}$.

(7) Určete lokální maximum a lokální minimum funkce $f(x) = 2x^3 - 3x^2$.

(8) Vypočtete integrál

$$\int x \cdot 2^{-x} dx.$$

Varianta 20

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičí:	Datum:

(1) Vysvětlete pojem neurčitý integrál.

(2) Uveďte větu o limitě součinu posloupností.

(3) Podle definice derivace vypočtěte derivaci funkce $f(x) = |x|$ v bodě $c = 0$.

(4) Rozhodněte, zda platí tvrzení: Je-li funkce f v bodě c spojitá, má v tomto bodě derivaci.

(5) Vypočtěte limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4^x - 1}$.

(6) Vypočtěte derivaci funkce $f(x, y) = \ln(e^x + e^{-x})$.

(7) Určete maximální intervaly, na nichž je funkce $f(x) = x \cdot e^{-x}$ rostoucí, resp. klesající.

(8) Napište Taylorův polynom $T_5(x)$ pro funkci $f(x) = \sin x$ v bodě $a = 0$.

Varianta 21

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

- (1) Vysvětlete pojem: funkce f je ryze monotónní v intervalu I .
 - (2) Vysvětlete pojem: funkce f má v bodě c limitu zprava rovnou číslu L .
 - (3) Uveďte větu o limitě podílu funkcí v bodě.
 - (4) Vysvětlete pojem lokální minimum funkce v bodě.
-
- (5) Vypočtěte limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 2x}$.
 - (6) Vypočtěte derivaci funkce $f(x) = 7^{x^2}$.
 - (7) Určete maximální intervaly, na nichž je funkce $f(x) = 1 - e^{-x^2}$ rostoucí, resp. klesající.
 - (8) Napište Taylorův polynom $T_6(x)$ pro funkci $f(x) = \cos x$ v bodě $a = 0$.

Varianta 22

Jméno: Narození: Obor:
Přednášející: Cvičící: Datum:

- (1) Vysvětlete, zda platí (nebo neplatí) tvrzení: je-li funkce f spojitá v bodě c , má v tomto bodě vlastní limitu.
- (2) Pomocí věty o limitě vybrané posloupnosti vyšetřete existenci limity $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$.
- (3) Uveďte postačující podmínku pro lokální extrém.
- (4) Vysvětlete správnost, resp. nesprávnost tvrzení: je-li ve vnitřním bodě c definičního oboru $f''(c) = 0$, pak bod c je inflexním bodem funkce f .

-
- (5) Vypočtěte limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\cotg x}$.

- (6) V oboru, kde lze mechanicky derivovat, vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \cos \frac{x+2}{x+1}.$$

- (7) Stanovte maximální intervaly, na nichž je funkce $f(x) = 1 - e^{-x^2}$ konvexní, resp. konkávní.

- (8) Napište Taylorův polynom $T_4(x)$ pro funkci $f(x) = \ln(1+x)$ v bodě $a = 0$.

Varianta 23

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

- (1) Vysvětlete, co znamená, že funkce f a g jsou navzájem inverzní.
- (2) Vysvětlete, co znamená, že funkce f je **prosté** zobrazení množiny A na množinu B .
- (3) Vysvětlete pojem redukované oklí bodu $c \in \mathcal{R}^*$.
- (4) Vysvětlete větu o derivaci podílu dvou funkcí.

(5) Vypočtete limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{\operatorname{tg} x}$.

- (6) V oboru, kde lze mechanicky derivovat, vypočtete derivaci funkce

$$f(x) = 2^{x \cdot \cotg x}.$$

- (7) Určete maximální intervaly, na nichž je funkce $f(x) = 3 - e^{-x^2}$ konvexní, resp. konkávní.

- (8) Vypočtete primitivní funkci

$$\int x^2 \cdot \cos x \, dx.$$

Varianta 24

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

- (1) Vysvětlete, zda existuje inverzní funkce k funkci $f(x) = x^4$ definované na intervalu $(-\infty, +\infty)$. Pokud existuje, nakreslete její graf a uveďte, definiční obor a obor hodnot této inverzní funkce.
- (2) Uveďte znění věty o souvislosti derivace a spojitosti funkce v bodě $c \in (a, b)$, kde $a < b$, $a, b \in \mathcal{R}$.
- (3) Uveďte, za jakých předpokladů platí věta o limitě součtu, součinu a podílu posloupností.
- (4) Vysvětlete pojem rostoucí funkce v intervalu.

(5) Vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$.

(6) Vypočtete derivaci funkce $f(x) = 3^{\sin^2 x}$.

(7) Určete lokální maximum a lokální minimum funkce $f(x) = x^3 \cdot e^{-x}$.

(8) Vypočtete integrál

$$\int \sqrt{x} \cdot \ln x \, dx.$$

Varianta 25

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

(1) Uvedte definici spojitosti funkce f (definované v intervalu $I \subseteq \mathbb{R}$) v bodě $c \in I$.

(2) Vysvětlete pojem lokální maximum funkce f , definované v intervalu $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$, v bodě $c \in (a, b)$.

(3) Napište větu o výnamu druhé derivace pro průběh funkce.

(4) Uvedte definici určitého (Newtonova) integrálu.

(5) Vypočtěte limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cotg x$.

(6) Na intervalu $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ vypočtěte derivaci funkce $f(x) = 3^{\tg x}$.

(7) Vyšetřete lokální extrémy funkce $f(x) = e^{-x^2}$.

(8) Napište Taylorův polynom $T_n(x)$ pro funkci $f(x) = e^x$ v bodě $c = 0$.

Varianta 26

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

(1) Vysvětlete definici limity funkce f v bodě c .

(2) Napište větu o limitě součinu a podílu posloupností (a_n) a (b_n) .

(3) Vysvětlete větu o výnamu první derivace pro průběh funkce.

(4) Vysvětlete pojem: funkce f je na intervalu $I \subset \mathbb{R}$ rostoucí.

(5) Vypočtěte limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin(2x)}$.

(6) Vypočtěte derivaci funkce $f(x) = 2^{\arctg x}$.

(7) Určete intervaly, na nichž je funkce $f(x) = e^{-x^2}$ rostoucí, resp. klesající.

(8) Vypočtěte integrál $\int x \cdot \sin x dx$.

Varianta 27

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

- (1) Vyšetřete, zda existuje inverzní funkce k funkci $\cos x$ definované v intervalu $\langle 0, \pi \rangle$. Pokud existuje, nakreslete její graf a uveďte, o jakou funkci se jedná. Uveďte dále definiční obor a obor hodnot této inverzní funkce.
 - (2) Vysvětlete pojem okolí bodu $c \in \mathcal{R}^*$.
 - (3) Vysvětlete pojem limita posloupnosti.
 - (4) Vysvětlete pojem neklesající funkce.
-

- (5) Vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.
- (6) Vypočtete derivaci funkce $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
- (7) Určete maximální intervaly, na nichž je funkce $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ rostoucí, resp. klesající.
- (8) Napište Taylorův polynom $T_4(x)$ pro funkci $f(x) = \ln x$ v bodě $a = 1$.

Varianta 28

Jméno:	Narození:	Obor:
Přednášející:	Cvičící:	Datum:

- (1) Uvažujme funkci f definovanou v jistém redukovaném okolí bodu c . Uveďte definici limity funkce f v bodě c .
- (2) Uveďte větu o významu druhé derivace pro průběh funkce.
- (3) Uveďte větu o integraci per-partes.
- (4) Vysvětlete pojem vybraná posloupnost z posloupnosti (a_n) .

-
- (5) Vypočtete limitu funkce $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}}{\sin 2x}$.
 - (6) Vypočtete derivaci funkce $f(x) = 3^{\arctg x}$.
 - (7) Vypočtete primitivní funkci $\int x \cdot \ln x dx$.
 - (8) Napište Taylorův polynom $T_4(x)$ pro funkci $f(x) = \frac{1}{x}$ v bodě $c = 1$.

Varianta 29

Jméno: Narození: Obor:
Přednášející: Cvičící: Datum:

- (1) Uveďte znění l'Hospitalova pravidla.
- (2) Uveďte definici derivace funkce f v bodě c .
- (3) Uveďte nutnou podmínku pro lokální extrém funkce.
- (4) Rozhodněte, zda platí tvrzení: Je-li funkce f (definovaná v intervalu (a, b) , $a < b$) spojitá v bodě $c \in (a, b)$, má v bodě c derivaci.

(5) Vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

(6) Vypočtete lokální extrémy funkce $f(x) = 3x^4 + 4x^3$.

(7) Vypočtete integrál

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

(8) Napište Taylorův polynom $T_5(x)$ pro funkci $f(x) = \sin x$ v bodě $c = 0$.