

1) Určete lokální extrémy funkce $f(x) = \frac{x}{(x-2)^2}$.

Napište, jaký má význam první derivace pro průběh funkce.

2) Určete inverzní funkci k funkci $g: y = \cos(3x) - 2$. Určete definiční obor a obor hodnot obou funkcí.

V jakém případě neexistuje k funkci f funkce inverzní?

3) Určete rovnici tečny k funkci $f(x) = x + \frac{4}{x}$ v bodě $T[-1, ?]$.

Co je to normála a jak zjistíme rovnici normály ke grafu funkce f v daném bodě x_0 ?

4) Určete determinant matice

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Jak lze determinant využít při řešení soustav lineárních rovnic?

5) Rešte soustavu rovnic

$$x + y + 2z = 2$$

$$2x + 2y + 3z = 3$$

$$5x + 5y + 4z = 1$$

Napište Frobeniovu podmínku.

6) Vypočítejte $C \cdot A \cdot (B^T - 2A^T)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Co je to transponovaná matice?

Výsledky příkladové části:

1) lokální minimum $x=-2$, lokální maximum není

2) $y = \frac{1}{3} \arccos(x + 2)$, $D(f) = H^{-1}(f) = \langle 0; \frac{\pi}{3} \rangle$, $H(f) = D^{-1}(f) = \langle -3; -1 \rangle$

3) $y = -3x - 8$

4) $\det A = 3$

5) nemá řešení

6) $\begin{pmatrix} 15 & 0 \\ -12 & -6 \end{pmatrix}$

- 1) Určete definiční obor funkce $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{4} + \ln(16-x^2)$.

Načrtněte graf libovolné funkce f (nemusíte psát její předpis), pro kterou platí:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$$

- 2) Určete maximální intervaly, na kterých je funkce $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ konvexní či konkávní.

Vysvětlete pojem inflexní bod.

- 3) Určete první derivaci funkce: $f(x) = e^{x^2 \cdot \arctg \sqrt{x}}$.

Napište vzorec pro derivaci podílu dvou funkcí.

- 4) Vypočítejte x pomocí Cramerova pravidla.

$$x - 2y + z = 1$$

$$-x + 3y + 2z = 0$$

$$2x - y + 5z = 5$$

Vysvětlete postup výpočtu determinantu matice druhého řádu.

- 5) Vypočítejte z maticové rovnice matici X .

$$AX - 2A = BX - C$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Kdy lze vypočítat součin matic A a B ?

- 6) Určete hodnotu matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Definujte pojem hodnoty matice.

Výsledky příkladové části:

1) $D(f) =]-3; 4[$

2) Konvexní $(-1; 1)$, konkávní $(-\infty; -1)$, $(1; \infty)$

3) $f'(x) = e^{x^2 \arctg \sqrt{x}} \left(2x \arctg \sqrt{x} + \frac{x^2}{1+x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$

4) $x=3$

5) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

6) $h=4$