

2. písemka – ukázkové příklady

1) Určete derivaci funkce:

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x \arctg x}$$

$$b) g(x) = \ln \frac{2x - 5}{x^2 - 1}$$

$$c) h(x) = \sqrt{x^3 \arcsin 2x}$$

2) Vypočítejte limity:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1 + x)}{1 - \cos x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x^2}$$

3) Určete lokální extrémy funkcí:

$$a) f(x) = (3 - x)\sqrt{x}$$

$$b) g(x) = \frac{x^2}{1 - x}$$

4) Určete absolutní extrémy funkcí:

$$a) f(x) = \frac{x^2}{2^x}$$

$$b) g(x) = \frac{e^x}{1 + x}$$

5) U břehu řeky je třeba oplotit obdélníkovou zahradu tak, aby plocha zahrady byla maximální. Pletiva je k dispozici 800 m. Jednu stranu zahrady tvoří řeka, na zbylé tři strany bude použito pletivo. Určete rozměry zahrady.

6) Určete rovnici tečny a normály k funkci $f(x) = \ln(x+1)$ v bodě $T[0, ?]$.

7) Určete průběh funkce a načrtněte její graf $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$.

8) Určete všechny asymptoty funkce $f(x) = (x - 2)e^{\frac{1}{x}}$.

9) Vypočítejte integrály:

$$a) \int \frac{x + \sqrt{x}}{x^2} dx$$

$$f) \int x^2 e^{-x} dx$$

$$b) \int \frac{x + 3}{x^2 + 2x + 2} dx$$

$$g) \int \frac{2}{x \ln^4 x} dx$$

$$c) \int \frac{1}{(x-1)^2(x-2)} dx$$

$$h) \int_0^1 x e^{-x} dx$$

$$d) \int \sin^2 x \cos x dx$$

$$i) \int_1^2 x^2 \sqrt[3]{x^3 + 2} dx$$

$$e) \int \sin x \cos x dx$$

10) Určete obsah plochy ohraničené funkcí $f(x) = x^2 - 1$ a funkcí $g(x) = x + 1$.

11) Určete obsah plochy ohraničené funkcemi $f(x) = x^{-1}$, $g(x) = 4x$, $h(x) = 0,25x$.