

Písenná zkouška MB 1010, 6. ledna 2011

I. část

max: 12 bodů

Bodování: Příklad 1 za 2 body, ostatní za 1 bod.

1. Nakreslete grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)

$$\text{a) } f : y = 1 - \frac{1}{x} \quad \text{b) } g : y = e^{|x|}.$$

Jsou tyto funkce sudé, resp. liché?

2. Napište polynom, který má jednoduchý kořen $x = 2$ a dvojnásobný kořen $x = 0$. Určete, kde je tento polynom kladný a kde záporný, a načrtněte jeho graf.

3. Určete definiční obor funkce $y = \ln(x^2 - 3)$.

4. Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x \sin x}.$$

5. Určete intervaly, kde je funkce konvexní a kde konkávní a určete inflexní body funkce

$$y = x^3 - 12x + 12.$$

6. Nakreslete graf závislosti objemu plynu

$$V = \frac{RT}{P}$$

na teplotě T (R, P jsou konstanty). Určete diferenciál této funkce.

7. Vypočtěte integrál

$$\int (x + 1)e^{3x} dx.$$

8. Vypočtěte integrál

$$\int \sin^2 x \cos x dx.$$

9. Vypočtěte nevlastní integrál

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$

10. Pomocí integrálu odvoďte objem válce o poloměru r a výšce v .
11. Udejte příklad systému dvou lineárních rovnic o dvou neznámých, který nemá žádné řešení.

II. část

max: 12 bodů

1. Vyšetřete průběh funkce a nakreslete její graf 4 b.

$$y = \frac{x^3 + 1}{x^2}.$$

2. Vypočtěte integrál 3 b.

$$\int \frac{x^2 + 2x - 2}{x^3 - x^2} dx.$$

3. Pomocí určitého integrálu vypočtěte obsah plochy, která je ohraničená křivkami 2 b.

$$y = x^2, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 2$$

a osou x .

4. Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu lineárních rovnic 2 b.

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 2 \\2x + 2y + z &= 7 \\3x - y + 2z &= 7.\end{aligned}$$

5. Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom funkce f , je-li známo 1 b.

$$f(1) = 0, \quad f(2) = 8, \quad f(-2) = 0, \quad f(-1) = 2.$$

Vypočtěte hodnotu polynomu v bodě $x = 0$.

Písenná zkouška MB 1010, 17. ledna 2011

I. část

max: 12 bodů

Bodování: Příklad 1 za 2 body, ostatní za 1 bod.

1. Nakreslete grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)

$$a) f : y = 1 - x^2 \quad b) g : y = e^{-x}.$$

Má funkce g asymptotu pro $x \rightarrow \infty$? Pokud ano, určete ji!

2. Určete reálné kořeny polynomu $P(x) = (x^3 - 1)(x - 2)$. Načrtněte graf tohoto polynomu.

3. Najděte inverzní funkci k funkci

$$y = 10^{x-3}.$$

4. Napište rovnici tečny ke grafu funkce

$$y = \frac{1}{x-2} \quad \text{v bodě } x = 0.$$

5. Množství dané látky x je v čase t dáno vztahem

$$x(t) = 100 - e^{-2t}.$$

S rostoucím časem bude této látky přibývat nebo ubývat?

6. Určete derivaci a lokální extrémy funkce

$$y = \ln(x^2 + x + 1).$$

7. Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}.$$

8. Vypočtěte integrál

$$\int x(x^2 - 1)^{10} dx.$$

9. Vypočtěte integrál

$$\int x \ln x dx.$$

10. Rozhodněte a zdůvodněte, zda nevlastní integrál

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^4} dx$$

konverguje/diverguje.

11. Udejte příklad systému dvou lineárních rovnic o neznámých x, y , který má nekonečně mnoho řešení.

II. část

max: 12 bodů

1. Vyšetřete průběh funkce a nakreslete její graf 4 b.

$$y = \frac{x^2}{x + 2}.$$

2. Vypočtěte integrál 3 b.

$$\int \frac{2x - 1}{x(x + 1)^2} dx.$$

3. Pomocí určitého integrálu vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací plochy ohraničené křivkami 1 b.

$$y = \sqrt{x}, \quad y = x$$

kolem osy x .

4. Gaussovou metodou řešte soustavu lineárních rovnic 2 b.

$$\begin{aligned}x - 2y + z &= -2 \\2x + y - z &= -3 \\3x + 2y - z &= -2.\end{aligned}$$

5. Vypočtěte determinant 2 b.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$$

Písemná zkouška MB 1010, 26. ledna 2011

I. část

max: 12 bodů

Bodování: Příklad 1 za 2 body, ostatní za 1 bod.

1. Nakreslete grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)

$$a) f : y = |\ln x| \quad b) g : y = \frac{1}{x-1}.$$

Má funkce g asymptotu pro $x \rightarrow \infty$? Pokud ano, určete ji!

2. Určete reálné kořeny polynomu $P(x) = (x^2 - 4)(x^2 + 1)$ a intervaly, kde je tento polynom kladný a kde záporný.
3. Najděte inverzní funkci k funkci

$$y = \ln 2x.$$

4. Napište rovnici tečny ke grafu funkce

$$y = x^3 - 2x \quad \text{v bodě } x = 1.$$

5. Množství dané látky y je v čase t dáno vztahem

$$y(t) = 1 - e^{-t}.$$

Určete derivaci $y'(t)$ a odtud rozhodněte, zda s rostoucím časem bude této látky přibývat nebo ubývat.

6. Určete derivaci a lokální extrémy funkce

$$y = \ln(1 - x^2).$$

7. Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x}}{4x^2 + x - 1}.$$

8. Pomocí substituce vypočtěte integrál

$$\int x\sqrt{4+x^2} dx.$$

9. Vypočtěte integrál

$$\int \operatorname{tg} x dx.$$

10. Rozhodněte a zdůvodněte, zda nevlastní integrál

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

konverguje/diverguje.

11. Udejte příklad matice typu 3×3 , která má hodnot 2.

II. část

max: 12 bodů

1. Vyšetřete průběh funkce a nakreslete její graf 4 b.

$$y = x + \frac{4}{x}.$$

2. Vypočtěte integrál 3 b.

$$\int \frac{4x^2 - 11x + 3}{(x^2 - 1)(x - 2)} dx .$$

3. Pomocí určitého integrálu vypočtěte obsah obrazce ohraničeného křivkami $y = x^2$ a $y = 2 - x$. Načrtněte obrázek. 2 b.

4. Gaussovou metodou řešte soustavu lineárních rovnic 2 b.

$$\begin{aligned} x - 2y - z &= 1 \\ -2x + y + z &= -4 \\ 7x - y + z &= 12. \end{aligned}$$

5. Vypočtěte determinant 1 b.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \\ 1 & 5 & -4 \end{vmatrix}$$

Písemná zkouška MB 1010, 21. prosince 2010 - Varianta A

I. část

max: 12 bodů

Bodování: Příklad 1 za 2 body, ostatní za 1 bod.

1. Nakreslete grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)

$$\text{a) } f : y = 2 \operatorname{arctg} x \quad \text{b) } g : y = \ln |x|.$$

Má funkce g limitu v bodě $x = 0$?

2. Určete inverzní funkci k funkci $y = 3e^x$.

3. Napište rovnici tečny ke grafu funkce $y = \frac{1}{x^2}$ v bodě $x = 1$. Nakreslete obrázek.

4. Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{x}.$$

5. Určete, kde je funkce

$$f : y = e^{x^3-3x}$$

rostoucí a kde klesající.

6. Nakreslete funkci, která je spojitá a nemá derivaci v bodě $x = 0$.

7. Vypočtěte integrál

$$\int x \sin x \, dx.$$

8. Vypočtěte integrál

$$\int 5x e^{x^2} \, dx.$$

9. Rozhodněte, zda konverguje nevlastní integrál

$$\text{a) } \int_0^1 \frac{1}{x} \, dx \quad \text{b) } \int_1^\infty e^{-3x} \, dx.$$

10. Pomocí integrálu odvoďte objem koule o poloměru r .

11. Co to je hodnost matice? Napište matici typu 3×3 , která má hodnost $h = 1$.

II. část

max: 12 bodů

1. Vyšetřete průběh funkce a nakreslete její graf 4 b.

$$y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}.$$

Nápověda: Platí $y'' = \frac{8}{(x-1)^3}$.

2. Vypočtěte integrál 3 b.

$$\int \frac{3x^2 - 2x - 3}{x^2(x + 1)} dx .$$

3. Vypočtěte obsah plochy ohraničené křivkami 2 b.

$$y = x^2 + 2x \quad \text{a} \quad y = 4 - x^2.$$

Nakreslete obrázek této plochy.

4. Řešte soustavu lineárních rovnic 2 b.

$$x + 2y = 4$$

$$2x + z = 3$$

$$y - 3z = 4.$$

5. Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom funkce f , je-li známo 1 b.

$$f(-1) = 0, \quad f(0) = -3, \quad f(1) = 0, \quad f(2) = 15.$$