

2. Pomocí metody per partes určete primitivní funkce k daným funkcím:

a)  $\int x e^x dx,$

c)  $\int x \sin x dx,$

e)  $\int x^3 e^x dx,$

g)  $\int \ln x dx,$

i)  $\int e^x \cos x dx,$

b)  $\int x \ln x dx,$

d)  $\int x^2 \cos x dx,$

f)  $\int x^2 \ln x dx,$

h)  $\int \arcsin x dx,$

j)  $\int \sin(\ln x) dx.$

3. Vypočtěte:

a)  $\int \sin 7x dx,$

c)  $\int 5k \cos \frac{8}{3}x dx,$

e)  $\int (3x - 7)^{14} dx,$

g)  $\int \frac{4}{x-6} dx,$

i)  $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx,$

b)  $\int 3e^{-x} dx,$

d)  $\int 2e^{3x-1} dx,$

f)  $\int \frac{1}{4x^2+1} dx,$

h)  $\int \frac{x}{x^2-1} dx,$

j)  $\int \frac{4x^3+1}{x^4+x} dx.$

4. Pomocí vhodné substituce vypočítejte následující integrály:

a)  $\int x(x^2 - 1)^{10} dx,$

c)  $\int 3x \sqrt[4]{x^2 + 5} dx,$

e)  $\int 5x e^{x^2} dx,$

g)  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx,$

i)  $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx,$

b)  $\int 8x^2(x^3 + 2)^5 dx,$

d)  $\int \frac{3x}{(x^2+4)^3} dx,$

f)  $\int \frac{7 \ln^4 x}{x} dx,$

h)  $\int e^{\cos 2x} \cdot \sin x \cos x dx,$

j)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

5. Vypočtěte následující integrály z racionální lomené funkce

a)  $\int \left( \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+2} \right) dx$

c)  $\int \left( 1 + \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x} + \frac{5}{x-2} \right) dx,$

e)  $\int \left( \frac{1}{4(x-1)} - \frac{1}{4(x+1)} - \frac{1}{2(x^2+1)} \right) dx,$

g)  $\int \left( \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1-x}{3(x^2+x+1)} \right) dx,$

b)  $\int \left( \frac{5}{x-3} - \frac{2}{x+2} \right) dx$

d)  $\int \left( \frac{6}{x-1} - \frac{2}{(x-1)^2} - \frac{6x}{x^2+1} \right) dx,$

f)  $\int \left( \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-2x+3} \right) dx,$

h)  $\int \left( \frac{1}{2x} + \frac{x-2}{2(x^2+2x+2)} \right) dx.$

**Výsledky:** Ve všech výsledcích je vynechána integrační konstanta.

1. a)  $\frac{x^6}{2}$ , b)  $-\frac{1}{3x^3}$ , c)  $-\frac{2}{3x^{3/2}}$ , d)  $x^7 - x^5 + x^2 - x$ , e)  $\frac{x^5}{5} - \frac{5}{18}x^{18/5}$ , f)  $ax + 3 \sin x$ ,  
g)  $-x - \cotg x$ , h)  $7e^x - 5 \ln x$ , i)  $\frac{x}{2} - \frac{\sin x}{2}$ , j)  $3x$ .
2. a)  $(x-1)e^x$ , b)  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{x^2}{4}$ , c)  $\sin x - x \cos x$ , d)  $x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$ ,  
e)  $(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x$ , f)  $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{x^3}{9}$ , g)  $x \ln x - x$ , h)  $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ ,  
i)  $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos x)$ , j)  $\frac{x}{2}(\sin \ln x - \cos \ln x)$ .
3. a)  $-\frac{1}{7} \cos 7x$ , b)  $-3e^{-x}$ , c)  $\frac{15k}{8} \sin \frac{8x}{3}$ , d)  $\frac{2}{3}e^{3x-1}$ , e)  $\frac{(3x-7)^{15}}{45}$ , f)  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2x$ ,  
g)  $4 \ln |x-6|$ , h)  $\frac{1}{2} \ln |x^2-1|$ , i)  $\ln |\sin x|$ , j)  $\ln |x^4+x|$ .
4. a)  $\frac{1}{22}(x^2-1)^{11}$ , b)  $\frac{4}{9}(x^3+2)^6$ , c)  $\frac{6}{5}(x^2+5)^{5/4}$ , d)  $\frac{-3}{4(x^2+4)^2}$ , e)  $\frac{5}{2}e^{x^2}$ , f)  $\frac{7}{5} \ln^5 x$ ,  
g)  $\frac{2}{3}(e^x-1)^{3/2} + 2\sqrt{e^x-1}$ , h)  $-\frac{1}{4}e^{\cos 2x}$ , i)  $-\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ , j)  $-\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1}{2} \arcsin x$ .
5. a)  $3 \ln |x-1| - 2 \ln |x+2|$ , b)  $5 \ln |x+3| - 2 \ln |x+2|$ ,  
c)  $x - \frac{1}{2x^2} - 3 \ln |x| + 5 \ln |x-2|$ , d)  $6 \ln |x-1| + \frac{2}{x-1} - 3 \ln(x^2+1)$ ,  
e)  $\frac{1}{4} \ln |x-1| - \frac{1}{4} \ln |x+1| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x^2+1)$ ,  
f)  $\ln |x-1| + \frac{1}{2} \ln(x^2-2x+3) + \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{2}(x-2)}{2}\right)$ ,  
g)  $\frac{1}{3} \ln |x-1| - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) + \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3}\right)$ ,  
h)  $\frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{4} \ln(x^2+2x+2) - \frac{3}{2} \operatorname{arctg}(x+1)$ .

\*

*Metoda v matematice je trik, který je použit více než jednou.*