

1) Určete, jestli je množina bodů splňující tyto podmínky kompaktní:

$$x^2 + 4y^2 \leq 16, \quad y > 0$$

2) Určete všechny parciální derivace druhého řádu funkce  $z = 2x \cos y - 3y^2 \ln x + 5x - 4$

3) Napište rovnici tečné roviny k funkci  $z = xy - y^2 + 5x$  v bodě  $T[-1; 0; ?]$ .

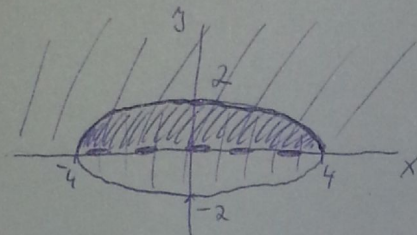
4) Určete body, ve kterých může mít funkce  $z = 2x + 4y + 5$  vázané extrémů na množině  $2x^2 + y^2 = 18$ . (Neurčujte dále, jestli se jedná o min či max.)

5) Určete body, ve kterých může mít funkce lokální extrémů  $z = -y^2 + x - e^{x-2y}$  (Neurčujte dále, jestli se jedná o min či max.)

6) Vypočítejte neurčitý integrál  $\int \frac{x}{x^2-3} dx$ .

$$1) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} \leq 1$$

$$y > 0$$



není uzavřená  
=> není komp.

$$4) \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4x & 2y \end{vmatrix} = 0$$

$$4y - 16x = 0$$

$$y = 4x$$

$$2x^2 + 16x^2 = 18$$

$$x = \pm 1$$

$$[1; 4]$$

$$[-1; -4]$$

$$2) R'_x = 2 \cos y - \frac{3y^2}{x} + 5$$

$$R'_y = -2x \sin y - 6y \ln x$$

$$R''_{xx} = -3y^2 \cdot (-x^{-2}) = \frac{3y^2}{x^2}$$

$$R''_{yy} = R''_{xy} = -2x \sin y - \frac{6y}{x}$$

$$R''_{xy} = -2x \cos y - 6 \ln x$$

$$3) R_0 = 0 - 0 - 5 = -5$$

$$f'_x = y + 5 \quad f'_x(T) = 5$$

$$f'_y = x - 2y \quad f'_y(T) = -1$$

$$\Delta: R = 5(x+1) + (-1) \cdot y - 5$$

$$R = 5x - y$$

$$5) R'_x = 1 - e^{x-2y}$$

$$R'_y = -2y - e^{x-2y} \cdot (-2)$$

$$1 - e^{x-2y} = 0$$

$$1 = e^{x-2y}$$

$$e^0 = 1 \Rightarrow 0 = x - 2y$$

$$2y = x$$

$$-2y + 2e^{x-2y} = 0$$

$$-2y + 2 = 0$$

$$y = 1$$

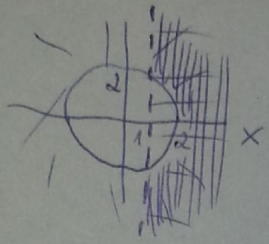
$$[2; 1]$$

$$6) \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2-3} dx = \frac{1}{2} \ln |x^2-3| + c$$



- 1) Načrtněte definiční obor funkce  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \ln(x - 1)$
- 2) Určete derivaci  $f''_{yx}$  funkce  $z = e^{xy-3}$ .
- 3) Určete všechny parciální derivace prvního řádu funkce  $\ln(xy + z^2) = 0$  v bodě  $[-1; 3; 2]$ .
- 4) Napište rovnici normály k funkci  $2z - 5x - 3y + 2xe^z = 0$  v bodě  $T[1; -1; 0]$ .
- 5) Najděte vázané extrémů funkce  $z = 4x + 4y - 3$  na množině  $x^2 + y^2 = 2$ .
- 6) Vypočítejte neurčitý integrál  $\int \frac{(3-\sqrt{x})^2}{x} dx$

1)  $x^2 + y^2 \geq 4$   
 $x > 1$



2)  $f'_y = e^{xy-3} \cdot x$

$f''_{yx} = e^{xy-3} \cdot yx + e^{xy-3}$

3)  $f'_x = -\frac{F'_x}{F'_{\alpha}} = -\frac{\frac{1}{xy+z^2} \cdot y}{\frac{1}{xy+z^2} \cdot 2z}$

$f'_x(T) = -\frac{\frac{1}{-3+4} \cdot 3}{\frac{1}{-3+4} \cdot 4} = -\frac{3}{4}$

$f'_y = -\frac{F'_y}{F'_{\alpha}} = -\frac{\frac{1}{xy+z^2} \cdot x}{\frac{1}{xy+z^2} \cdot 2z}$

$f'_y(T) = -\frac{\frac{1}{-3+4} \cdot (-1)}{\frac{1}{-3+4} \cdot 4} = \frac{1}{4}$

4)  $F'_x = -5 + 2e^z$      $F'_x(T) = -3$   
 $F'_y = -3$      $F'_y(T) = -3$   
 $F'_{\alpha} = 2 + ze^z$      $F'_{\alpha}(T) = 4$

5)  $\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 2x & 2y \end{vmatrix} = 0$

$f_y - f_x = 0$

$x = y$

$x^2 + y^2 = 2$

$x = \pm 1$

max. MAX  $A[1, 1] f(A) = 5$

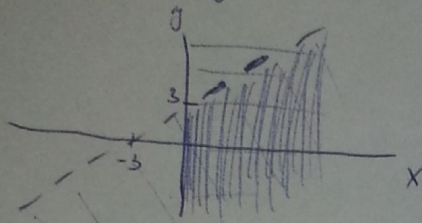
min. MIN  $B[-1, -1] f(B) = -11$

6)  $\int \frac{9 - 6\sqrt{x} + x}{x} dx = \int \frac{9}{x} - 6x^{-\frac{1}{2}} + 1 dx = 9 \ln|x| - 6 \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + x$   
 $= 9 \ln|x| - 12\sqrt{x} + x + C$



- 1) Načrtněte definiční obor funkce:  $f(x, y) = \ln(x - y + 3) - \sqrt{x}$
- 2) Určete všechny parciální derivace prvního řádu funkce  $z \cdot \operatorname{tg}(2x - y) = 0$ .
- 3) Určete všechny parciální derivace druhého řádu funkce  $z = 2xy - 3x^2 \cos y + ye^{3x}$ .
- 4) Napište rovnici tečné roviny k funkci  $z = 2x - \operatorname{arctg} y + \ln(x + 2y) - 1$  v bodě  $T[1, 0, ?]$ .
- 5) Určete body, ve kterých může mít funkce  $z = e^{xy}$  vázané extrémy na množině  $x^2 + y^2 = 2$ .
- 6) Vypočítejte neurčitý integrál  $\int \frac{\cos x \, dx}{2 \sin x - 3}$

$$1) \quad x - y + 3 > 0 \quad x \geq 0 \\ x + 3 > y$$



$$2) \quad f'_x = - \frac{\frac{2}{\cos^2(2x-y)} \cdot 2}{\operatorname{tg}(2x-y)}$$

$$f'_y = - \frac{\frac{2}{\cos^2(2x-y)} \cdot (-1)}{\operatorname{tg}(2x-y)}$$

$$3) \quad R'_x = 2y - 6x \cos y + ye^{3x} \cdot 3 \\ R'_y = 2 + 3x^2 \sin y + e^{3x}$$

$$R''_{xx} = -6 \cos y + ye^{3x} \cdot 9$$

$$R''_{xy} = R''_{yx} = 2 + 6x \sin y + e^{3x} \cdot 3$$

$$R''_{yy} = 3x^2 \cos y$$

$$4) \quad R'_x = 2 + \frac{1}{x+2y} \quad R'_x(\pi) = 3$$

$$R'_y = -\frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{x+2y} \cdot 2 \quad R'_y(\pi) = 1$$

$$R_0 = 2 - 0 + 0 - 1 = 1$$

$$L: R = 3(x-1) + y + 1$$

$$5) \quad \begin{vmatrix} e^{xy} \cdot y & e^{xy} \cdot x \\ 2x & 2y \end{vmatrix} = 0$$

$$2y^2 e^{xy} - 2x^2 e^{xy} = 0$$

$$y^2 = x^2$$

$$y = \pm x$$

$$x^2 + x^2 = 2$$

$$x = \pm 1$$

$$[1, 1] \quad [1, -1]$$

$$[-1, -1] \quad [-1, 1]$$

$$6) \quad \int \frac{\cos x \, dx}{2 \sin x - 3} =$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2 \cos x \, dx}{2 \sin x - 3} = \frac{1}{2} \ln |2 \sin x - 3| + C$$