

OPAKOVÁNÍ

1) Určete objem rotačního tělesa, které vznikne rotací obrazce ohraničeného osou x a křivkou

$$y = \sqrt{8 - x^2} \quad \text{na intervalu } x \in \langle -2; 2 \rangle. \text{ Použijte vzorec pro objem: } V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

[80 π /3]

2) Určete objem rotačního tělesa, které vznikne rotací obrazce ohraničeného osou x a křivkou

$$y = \frac{x}{3} - 1 \quad \text{na intervalu } x \in \langle 0; 3 \rangle. \text{ Použijte vzorec pro objem: } V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

[π]

3) Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného grafy funkcí $x + y = 2$ a $y = 2 - \frac{x^2}{3}$.

[3/2]

4) Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného grafy funkcí $y = 3 - x^2$ a $y = x^2 + 1$.

[8/3]

5) Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného grafy funkcí $y = \frac{1}{x^2+1}$ a $y = \frac{x^2}{2}$.

[$\pi/2 - 1/3$]

6) Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného grafy funkcí $y = x^2 - 2x$ a $y = x$.

[9/2]

7) Určete lokální extrémů funkce $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 30$.

[sedlo [0,0], lok. min. [1,1], lok. min [-1,-1]]

8) Určete lokální extrémů funkce $f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - y^2$.

[lok.max [0,0], ostatní jsou sedla [1,1], [1,-1], [-1,1], [-1,-1]]

9) Určete lokální extrémů funkce $f(x, y) = 3xy - x + 2y$.

[nemá extrém, [-2/3, 1/3]]

10) Určete lokální extrémů funkce $f(x, y) = x^2 - 4xy + 4x + \frac{9}{2}y^2 - 15y$.

[lok.min [12,7]]

11) Určete extrémů funkce $f(x, y) = 12x + y - 3$ na množině $x^3 + y = 3$.

[váz.lok.min.[-2,11], váz.lok.max [2,-5]]

12) Určete extrémů funkce $f(x, y) = x^3 + y^3$ na množině $2x + 2y = 1$.

[váz.lok.min. [1/4,1/4]]

13) Určete extrémů funkce $f(x, y) = -8x + 6y - 5$ na množině $x^2 + y^2 = 100$.

[váz.lok.min.[8,-6], váz.lok.max[-8,6]]

14) Určete extrémů funkce $f(x, y) = 4x + 3y - 4$ na množině $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$.

[váz.lok.min [1/5,7/5], váz.lok.max [9/5,13/5]]

15) Určete extrémů funkce $f(x, y) = x^3 - 3y^2 + 6x$ na množině $y - x = 1$.

[váz.lok.max [0,1], váz.lok.min. [2,3]]

16) Najděte obecné řešení diferenciálních rovnic

- a) $y' + 3\frac{x}{y} = 2\frac{y}{x}$ $y^2 = 3x^2 + cx^4$
- b) $y' + \frac{4xy}{x^2+1} = \frac{1}{1+x^2}$ $y = \frac{\frac{x^3}{3}+x+c}{(x^2+1)^2}$
- c) $xy' - \frac{y}{x+1} = x$ $y = \frac{x}{x+1}(x + \ln|x| + c)$
- d) $y'' + 3y' + 2y = x^2$ $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$
- e) $y' + 2xy = 4x$ $y = ce^{-x^2} + 2$
- f) $y'' - y' - 2y = e^{2x}$ $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x} + \frac{1}{3}xe^{2x}$
- g) $y'' - y' = x^2 - 2x + 3$ $y = c_1 + c_2e^x - x^3 + 4x^2 + 5x$
- h) $y'' + 2y' + 5y = 8xe^{2x}$ $y = e^{-x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x) + e^x(x - 0,5)$
- i) $y'' + 3y' + 2y = 4e^{2x}$ $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x} + \frac{1}{3}e^{2x}$
- j) $y'' + 3y' + 2y = 4e^{-2x}$ $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x} - 4xe^{-2x}$
- k) $y'' + 4y = 4e^{2x}$ $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x + 0,5e^{2x}$
- l) $y'' - 3y' = 3x - 1$ $y = c_1 + c_2e^{3x} - 0,5x^2$
- m) $\frac{xy'-y}{x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ $\sin \frac{y}{x} = cx$

17) Vypočítejte nevlastní integrál

a) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{x^3+1}{x^4} dx$

d) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2+4}$

e) $\int \frac{dx}{x^2+2x+5}$

f) $\int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}} \frac{dx}{x^2+x+1}$

$$g) \int_0^1 \ln x \, dx \quad h) \int_0^2 \frac{1}{x^2+x-2} dx \quad i) \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx \quad j) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

$$k) \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx \quad l) \int_0^1 x \ln x \, dx \quad m) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

a) diverguje; **b)** 1; **c)** diverguje; **d)** $\frac{\pi}{8}$; **e)** $\frac{3\pi}{8}$; **f)** $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$;

g) $-\frac{1}{2}$, h) $-\infty$, i) $-\frac{1}{2}$, j) $1-\frac{1}{e}$, k) 1, l) $-\frac{1}{4}$, m) 1