

OPAKOVÁNÍ

1) Vypočítejte integrály:

$$\int \frac{(2\ln x + 3)^3}{x} dx \quad \int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1} dx \quad \int x e^{1-x^2} dx \quad \int \frac{x-5}{x^2+2x-3} dx \quad \int \frac{dx}{\sqrt{3-12x^2}}$$

$$\int \frac{e^x}{e^{2x}-1} dx \quad \int \frac{3}{4-x^2} dx \quad \int \frac{3}{4+x^2} dx \quad \int \frac{x-1}{x^2+4x+8} dx \quad \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{5-4x}} \quad \int_{-1}^1 \frac{2dx}{x^2+x+1}$$

$$\int \frac{xdx}{x^2+2x+10} \quad \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{1+\ln x}} \quad \int \frac{-x}{x^2+6x+9} dx$$

2) Určete obsah rovinných ploch vymezených křivkami:

a) $y = x^2$ $x + y = 2$
 b) $y = 2^x$ $y = 2$ $x = 0$
 c) $y = 2x - x^2$ $y + x = 0$

3) Načrtněte definiční obor funkce $f(x,y)$:

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{x + y} \quad f(x, y) = \frac{\arcsin y}{\sqrt{y - x^2}} + \ln xy$$

$$f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(-y - x) \quad f(x, y) = \sqrt{\frac{9 - x^2 - y^2}{x - y + 1}}$$

4) Určete parciální derivace prvního řádu daných funkcí:

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x} + \arcsin \sqrt{y} \quad g(x, y) = x^2 \operatorname{tg}(2y - x + 1) - \frac{\sqrt{y}}{x}$$

$$h(x, y) = x^2 y \sin(x + 2y) - \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad d(x, y) = \sqrt{x^2 - y} + \ln \frac{y}{x^2 - 3y}$$

5) Určete lokální extrémů funkce $f(x,y)$:

a) $f(x, y) = x^2 - y^2 + 6x - 2y$ [-3,1] min
 b) $f(x, y) = 4x^3 - 2x^2 y + y^2$ [3,9] sedlo, [0,0] nic
 c) $f(x, y) = 3x^3 - y^2 + 6xy$ [0,0] sedlo, [-2,-6] max
 d) $f(x, y) = e^{x^2+2x+y^2}$ [-1,0] min

6) Určete lokální extrémů funkce $f(x,y)$ na množině $g(x,y)$:

a) $f(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{2} + x$, $g(x, y) : 2x^2 + y^2 = 2$ [1,0] max, [-1,0] min
 b) $f(x, y) = 4x + 4y - 3$, $g(x, y) : x^2 - 2y^2 = 2$ [-2,1] min, [2,-1] min
 c) $f(x, y) = e^{xy}$, $g(x, y) : x^2 + y^2 = 2$ [1,1], [-1,-1] max, [1,-1], [-1,1] min
 d) $f(x, y) = 4x + 4y - 3$, $g(x, y) : \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ [1,1] min

7) Určete objem tělesa vzniklého rotací křivky $f(x)$ kolem osy x na intervalu I . $f(x) = \frac{1}{x}$ $I = \langle 1; \infty \rangle$
[V = π]

8) Určete součet řad: $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{n+2} \cdot 2^{-2n}$ [s = 36] $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n + 3^{2-n}}{2^{3n}}$ [s = $\frac{652}{69}$]

9) Vyjádřete periodické číslo pomocí zlomku: $0,\bar{5}$ [$\frac{5}{9}$], $0,2\bar{15}$ [$\frac{71}{330}$]

OPAKOVÁNÍ

10) Určete, jestli dané řady konvergují či divergují:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - 5n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+7)!}{7^n n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} \cdot 3^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{5n-3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 9} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^2} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

[K (podílové krit.), K (srovnávací), K (podílové), K (odmocninové), D (srovnávací), D (srovnávací), D (integrální), D (podílové), K (integrální)]

11) Určete, jestli dané řady konvergují absolutně, neabsolutně či divergují:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 7n + 10} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{(n+1)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(-1)^n}{2n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin n}{6^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{2^n} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-3}$$

[KA, D, KA, D, KA, KA, KN]

12) Určete poloměr konvergence, obor konvergence a obor absolutní konvergence mocninných řad:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot x^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot x^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cdot x^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+1)2^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n}{n^2} (x+1)^n$$

$$\left[\begin{array}{l} AK = K = [-e^{-1}; e^{-1}]; AK = K = (-1; 1); AK = K = (-4; 4); K = \langle 0, 4 \rangle, \\ AK = (0, 4); K = \left\langle -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3} \right\rangle, AK = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3} \right) \end{array} \right]$$

13) Řešte diferenciální rovnice:

$$3y' + y = 2e^{-x} \quad y' = e^{x-y}, y(0) = 0 \quad y' + y = x^2, y(0) = 1$$

$$[y = -e^{-x} + ce^{-\frac{x}{3}}] \quad [y = x] \quad [y = x^2 - 2x + 2 - e^{-x}]$$

$$y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} \quad (x^2 + 5)y' = 2xy, y(2) = 3$$

$$[y = (c_1 + c_2 x + x^2)e^{2x}] \quad [y = \frac{1}{3}(x^2 + 5)]$$

$$y'' + y = 4xe^x \quad e^y y' = e^{x-2}, y(2) = 0$$

$$[y = (2x-2)e^x + c_1 \cos x + c_2 \sin x] \quad [y = x - 2]$$

$$y'' - 5y' + 4y = 0, y(0) = 5, y'(0) = 8$$

$$[y = 4e^x + e^{4x}]$$