

Varianta 14

Jméno:

Datum:

Přednášející:

Cvičící:

- (1) Na příkladu

$$\int_0^1 \ln x \, dx$$

vysvětlete definici nevlastního integrálu.

- (2) Uveďte postačující podmínku pro lokální extrém funkce dvou reálných proměnných.

- (3) Vysvětlete pojem poloměr konvergence mocninné řady.

- (4) Uveďte, v jakém tvaru lze napsat obecné řešení diferenciální rovnice

$$y'' + a_1y' + a_2y = 0, \quad \text{kde } a_1, a_2 \in \mathcal{R},$$

má-li charakteristická rovnice příslušná k uvedené diferenciální rovnici jeden kořen dvojnásobný.

- (1) Vypočtete integrál

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \cdot \ln x} \, dx.$$

- (2) Vyšetřete vázané extrémy funkce $f(x, y) = 2x^4 + 3y^4$ na elipse $2x^2 + 3y^2 = 6$.

- (3) Vyšetřete, zda řada

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln n}$$

je konvergentní, resp. absolutně konvergentní.

- (4) Uveďte obecné řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = e^{4x}.$$

Varianta 23

Jméno:

Datum:

Přednášející:

Cvičící:

- (1) Uveďte větu o integraci substitucí pro neurčité integrály.
- (2) Uveďte odmocninové kritérium pro nekonečné řady.
- (3) Vysvětlete, rozklad racionální funkce

$$f(x) = \frac{Ax + B}{x^2 + px + q},$$

kde $x^2 + px + q = (x - a)(x - b)$ přičemž $a \in \mathcal{R}$, $b \in \mathcal{R}$ $a \neq b$ na parciální zlomky.

- (4) Vysvětlete pojem parciální derivace pro funkci dvou reálných proměnných.
-

- (1) Vypočtěte integrál

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx.$$

- (2) Vyšetřete vázané extrémy funkce $f(x) = x^2 - 4x + 4y^2$ na kružnici $x^2 + y^2 = 1$.
- (3) Určete poloměr konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

- (4) Uveďte obecné řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = e^{-x}.$$

Risemi:

Varianta 14

1) integral = ∞

2) MAX $[\pm\sqrt{3}, 0]$

MIN $[\pm\sqrt{\frac{6}{5}}, \pm\sqrt{\frac{6}{5}}]$

3) konvergenci meabsolutne

4) $y = c_1 e^{2x} + c_2 \cdot x \cdot e^{2x} + \frac{1}{4} e^{4x}$

Varianta 23

1) integral $\frac{3\pi^2}{32}$

2) MAX $[-\frac{2}{3}, \frac{\pm\sqrt{5}}{3}]$

MIN $[1, 0]$

3) $n = 1$

4) $y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} + \frac{1}{2} x^2 e^{-x}$