

OPAKOVÁNÍ – KOMPLEXNÍ ČÍSLA

1. Vypočítejte:

a) $1 + i^4 - 2i^5 + i^{10} + i^{11} + 3i^8$ [4-3i]

b) $\left(\frac{2+i}{2-i}\right)^3 - \left(\frac{2-i}{2+i}\right)^3$ [88i/125]

c) $\frac{2-3i}{3i-5} \cdot (2-i)^2$ [$\frac{103}{34}i - \frac{21}{34}$]

2. Vypočítejte reálná čísla x, y tak, aby platilo:

$$\frac{(1-i)^3 - 1}{(1+i)^3 + 1} = x - 4yi - 1 \quad [x = 4/5, y = -2/5]$$

3. Vypočítejte absolutní hodnotu komplexního čísla:

$$\frac{1-2i}{2+i} \cdot (-2+i) \quad [\sqrt{5}]$$

4. Napište kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, jejíž jeden kořen je: $x_1 = -2+6i$
[$x^2+4x+40=0$]

5. Vypočítejte komplexní kořeny kvadratické rovnice:

$$x^2 - 4x + 8 = 0 \quad [2+2i, 2-2i]$$

6. Určete imaginární část komplexního čísla z^5

$$z = -1 - i \quad [4]$$

7. Vypočítejte:

$$(1 - i\sqrt{3})^{27} \quad [-2^{27}]$$

8. Určete reálnou část čísla $(\sqrt{3} - i)^{30}$ [-2^{30}]

9. Určete absolutní hodnotu čísla:

$$\frac{3+2i}{2+i} - \frac{4-i}{-2+i} - \frac{2-2i}{5} \quad \left[\frac{\sqrt{194}}{5} \right]$$

10. Určete číslo komplexně sdružené k číslu

$$\frac{3+i}{1+i} - \frac{(4-i)^2}{-2+i} - i^6 \quad [6,7 + 4,9i]$$

11. Řešte rovnici v C:

a) $27x^3 + 125 = 0$ [$\frac{5}{6} + \frac{5\sqrt{3}}{6}i; -\frac{5}{3}; \frac{5}{6} - \frac{5\sqrt{3}}{6}i$]

b) $x^5 - 1 - i\sqrt{3} = 0$ [$\sqrt[5]{2}(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ), \sqrt[5]{2}(\cos 84^\circ + i \sin 84^\circ),$
 $\sqrt[5]{2}(\cos 156^\circ + i \sin 156^\circ), \sqrt[5]{2}(\cos 228^\circ + i \sin 228^\circ),$
 $\sqrt[5]{2}(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$]