OPAKOVÁNÍ – GONIOMETRIE A TRIGONOMETRIE

Vypočítejte hodnoty všech goniometrických funkcí úhlu α, je-li:

a) $\sin\alpha = \frac{15}{17} \wedge \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,

$[\cos\alpha = -\frac{8}{17},\ \operatorname{tg}\alpha = -\frac{15}{8},\ \operatorname{cotg}\alpha = -\frac{8}{15}]$

Vypočtěte $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha$, je-li:

a) $\sin\alpha = 0,8 \wedge 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $[\sin 2\alpha = 0,96,\ \cos 2\alpha = -0,28]$

b) $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}} \wedge \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$, $[\sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3},\ \cos 2\alpha = \frac{1}{3}]$

Pro všechny přípustné hodnoty zjednodušte výrazy:

a) $\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{\cos 2\alpha}$, $[\frac{1}{\cos^2\alpha}]$

b) $\frac{\sin^2\varphi}{1+\cos\varphi}$, $[1-\cos\varphi]$

c) $\frac{1}{1-\sin\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{1+\sin\alpha}$, $[\frac{\sin\alpha}{1-\sin^2\alpha}]$

d) $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1+\operatorname{cotg}^2\alpha}$, $[1]$

e) $\frac{2\sin x - \sin 2x}{2\sin x + \sin 2x}$, $[\frac{1-\cos x}{1+\cos x}]$

f) $\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}{1+\sin 2\alpha}$, $[1]$

g) $\frac{\sin^2(\frac{3}{2}\pi+x)}{\operatorname{cotg}^2(x-2\pi)} + \frac{\sin^2(-x)}{\operatorname{cotg}^2(x-\frac{3}{2}\pi)}$, $[1]$

Určete definiční obor funkce:

a) $f(x) = \sqrt{\sin x}$, $[\langle 2k\pi, \pi + 2k\pi\rangle,\ k \in \mathbb{Z}]$

b) $f(x) = \log(\sin x)$, $[(2k\pi, \pi + 2k\pi),\ k \in \mathbb{Z}]$

c) $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}$, $[\langle k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi),\ k \in \mathbb{Z}]$

Řešte rovnice:

$\frac{1}{\sqrt{5}}\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $[\{\frac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}]$

$\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $[\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}\}]$

$\operatorname{cotg}^2 x = -\operatorname{cotg} x$, $[\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ \frac{3}{4}\pi + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}]$

$3\operatorname{tg}^2 x + 4\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 3 = 0$, $[\{\frac{5}{6}\pi + k\pi,\ \frac{2}{3}\pi + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}]$

$\sqrt{3}\operatorname{cotg}^2 x - 2\operatorname{cotg} x - \sqrt{3} = 0$, $[\{\frac{\pi}{6} + k\pi,\ \frac{2}{3}\pi + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}]$

Řešte rovnice v intervalu $\langle 0;2\pi\rangle$

$\frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg} x} + \cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$, $[\{\ \frac{\pi}{12},\ \frac{5}{12}\pi,\ \frac{13}{12}\pi,\ \frac{17}{12}\pi\ \}]$

$2\sin x = \sqrt{3}\operatorname{tg} x$, $[\{\ 0,\ \pi,\ 2\pi,\ \frac{1}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi\ \}]$

$\cos x + \sin 2x = 0$, $[\{\ \frac{\pi}{2},\ \frac{7}{6}\pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ \frac{11}{6}\pi\ \}]$

Řešte rovnice pro $x \in (-\pi, 2\pi\rangle$:

a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$, $[\{\frac{\pi}{3}\}]$

b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$, $[\{-\frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi\}]$

c) $\operatorname{tg}\left(-x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$, $[\{-\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi\}]$

Vypočítejte délku strany b v trojúhelníku ABC, kde a = 2 cm, β = 60°, γ = 75°.

$[b = \sqrt{6}]$

Vypočítejte délku strany b v trojúhelníku ABC, kde a = 7 m, c = 9 m, β = 60°.

$[b = \sqrt{67}]$

Vypočítejte velikost vnitřních úhlů a délku zbývajících stran v trojúhelníku ABC, kde α : β : γ = 3 : 4 : 5, a = $\sqrt{2}$ cm.

$\left[\alpha = 45°, \beta = 60°, \gamma = 75°, b = \sqrt{3}, c = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\right]$