

# Posloupnosti

- definice, vlastnosti
- způsoby zadání posloupnosti
- aritmetická posloupnost
- geometrická posloupnost

## definice a vlastnosti

Zobrazení množiny přirozených čísel do množiny reálných čísel se nazývá reálná posloupnost.

Posloupnost se nazývá:

rostoucí, jestliže platí pro každé přirozené číslo  $a_n < a_{n+1}$

klesající, jestliže platí pro každé přirozené číslo  $a_n > a_{n+1}$

nerostoucí, jestliže platí pro každé přirozené číslo  $a_n \geq a_{n+1}$

neklesající, jestliže platí pro každé přirozené číslo  $a_n \leq a_{n+1}$

Příklad:

Určete monotónii posloupnosti  $\left( \frac{1}{n(n+1)} \right)$

### způsoby zadání posloupností

Posloupnost je dána buďto vzorcem pro n-tý člen, nebo rekurentním vzorcem.

n-tý člen:  $a_n = (n + 1) n$

rekurentně:  $a_{n+1} = a_n - a_{n-1} + n + 3$      $a_1 = 0$      $a_2 = 1$

*Příklad:*

Zjistěte, které z čísel 10, 35, 50 je členem posloupnosti  $(a_n)$ , kde  $a_n = 2n^2 - 3n$  [35]

Posloupnost je dána rekurentním vzorcem  $a_{n+1} = a_n + 2 a_{n-1}$ ,  $a_4 = 6$ ,  $a_5 = 10$ . Určete  $a_1$ ,  $a_8$ . [0;86]

## aritmetická posloupnost

$d$  = diference

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_r = a_s + (r - s)d$$

$$s_n = n(a_1 + a_n) / 2$$

*Příklady:*

V aritmetické posloupnosti je  $a_5 = 3$ ,  $a_{15} = -7$ . Určete  $a_1$  a  $d$ . [7;-1]

V aritmetické posloupnosti platí  $a_n = \frac{2 - 5n}{3}$ . Určete  $d$ ,  $a_{15}$ ,  $s_{10}$ . [-5/3;-73/3;-85]

Mezi čísla  $a_1 = 3$  a  $a_n = -9$  vložme tolik členů aritmetické posloupnosti, aby jejich součet byl  $s_n = -33$ . Urči  $d$  a  $n$ . [-6/5;11]

V aritmetické posloupnosti platí  $a_1 + a_5 = -8$ ,  $a_2 + a_6 = -4$ . Určete  $a_1$  a  $d$ . [-8;2]

Velikosti stran pravoúhlého trojúhelníku tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Přepona má délku 30 cm. Určete délky odvěsen. [18;24]

## geometrická posloupnost

$q$  = kvocient

$$a_{n+1} = a_n \cdot q$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_r = a_s \cdot q^{r-s}$$

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

*Příklady:*

V geometrické posloupnosti je dáno  $a_1 = 32$ ,  $q = 0,5$ ,  $a_n = \frac{1}{4}$ . Určete  $n$  a  $s_n$ . [8;255/4]

Určete první člen a kvocient v geometrické posloupnosti, platí-li  $a_3 + a_4 + a_7 = 5$ ,  $a_4 + a_5 + a_8 = 15$ . [1/153;3]

Určete první člen a kvocient geometrické posloupnosti, v níž platí:

- a)  $a_3 - a_4 + a_5 = 7$       a)  $a_6 - a_7 + a_8 = 56$ ,  
b)  $a_1 - a_3 + a_5 = -3$       a)  $-a_3 + a_5 - a_7 = 12$ ,  
c)  $a_1 + 2a_2 - a_4 = -12$       a)  $-a_3 - 2a_4 + a_6 = 3$ ,  
d)  $a_2 - 2a_3 + 2a_5 = -16$       a)  $-a_4 + 2a_5 - 2a_7 = 1$ .  
[ a)  $a = \frac{7}{12}$ ,  $q = 2$ ,  
b) dvě řešení  $q = 2$ ,  $a_1 = -\frac{3}{13}$  nebo  $q = -2$ ,  $a_1 = -\frac{3}{13}$ ,  
c) dvě řešení  $q = \frac{1}{2}$ ,  $a_1 = -\frac{32}{5}$  nebo  $q = -\frac{1}{2}$ ,  $a_1 = -96$ ,  
d) dvě řešení  $q = \frac{1}{4}$ ,  $a_1 = -\frac{2^{11}}{17}$  nebo  $q = -\frac{1}{4}$ ,  $a_1 = \frac{2^{11}}{47}$ , ]

V geometrické posloupnosti určete  $a_5$  a  $q$ , je-li dáno:

- a)  $a_6 = 6$ ,  $a_8 = 24$ ,      [ $q = 2$ ,  $a_5 = 3$  nebo  $q = -2$ ,  $a_5 = -3$ ]  
b)  $a_7 = -\frac{5}{9}$ ,  $a_9 = -5$ ,      [ $q = 3$ ,  $a_5 = -\frac{5}{81}$  nebo  $q = -3$ ,  $a_5 = -\frac{5}{81}$ ]  
c)  $a_4 = 2$ ,  $a_6 = 18$ .      [ $q = 3$ ,  $a_5 = 6$  nebo  $q = -3$ ,  $a_5 = -6$ ]

V geometrické posloupnosti určete  $a_{n-1}$ , je-li

- a)  $a_n = 2$ ,  $a_{n+1} = \frac{3}{2}$ ,      [ $a_{n-1} = \frac{8}{3}$ ]  
b)  $a_n = -2$ ,  $a_{n+1} = \frac{4}{3}$ .      [ $a_{n-1} = 3$ ]

Mezi kořeny kvadratické rovnice  $2x^2 + 9x + 4 = 0$  vložte dvě čísla tak aby spolu s těmito kořeny vznikly čtyři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Napište tato vložená čísla.

[ -1, -2 ]